Paolo Perfetti, Dipartimento di matematica, II Università degli Studi di Roma, facoltà di Ingegneria

Compito di Analisi III per Ingegneria Online (Gestionale e Informatica) 07–01–06 A.A. 2005–2006

1) • (5031) Si calcoli $\int_\varphi \omega$ dove $\omega = (yz + \frac{1}{3}y^3)dx + (xz + \frac{1}{3}x^3)dy + xydz$ e φ è la curva percorsa in senso antiorario il cui sostegno è dato dall'insieme $z = 2x^2 + \frac{1}{2}y^2$, $z = 2x + y + 1$ Suggerimento: si consiglia di usare il Teorema di Stokes

R1 $-\pi$ R2 π R3 2π R4 -3π R5 0 R6 3π R7 nessuna delle altre

2) • (5003) Si valuti l'integrale della funzione $f(x, y) = 2xy^2$ esteso al dominio del piano tale che $y \le \frac{1}{x}$, $y \ge \frac{x^2}{8}$, $y \le 1$

R1 $\frac{7}{8}$ R2 $\frac{11}{8}$ R3 $\frac{21}{4}$ R4 $\frac{21}{2}$ R5 $\frac{1}{2}$ R6 $\frac{15}{4}$ R7 nessuna delle altre

3) • Calcolare il flusso del campo vettoriale $\underline{F}(\underline{x}) = y^2x\underline{i} + \underline{j} + xz\underline{k}$ uscente dalla superficie aperta data dal paraboloide $z = 1 - \dfrac{x^2}{4} - y^2$, $z > 0$

R1 $\frac{\pi}{6}$ R2 $\frac{\pi}{4}$ R3 $\frac{\pi}{2}$ R4 $\frac{3}{2}\pi$ R5 $\frac{5}{2}\pi$ R6 $\frac{7}{4}\pi$ R7 nessuna delle altre

4) • Un filo massivo di densità $\delta(x, y) = |x| + |y|$ è disposto lungo il grafico della funzione $f(x) = x - 3$ $-1 \le x \le 4$. Si calcoli la massa del filo.

R1 $3\sqrt{2}$ R2 $15\sqrt{2}$ R3 $17\sqrt{2}$ R4 6 R5 9 R6 13 R7 nessuna delle altre

5) • Siano date le tre funzioni $f_1(\underline{x}) = \frac{y}{x}\sqrt{x^2 + y^2}$, $f_2(\underline{x}) = \frac{y}{x^2+|y|}\sqrt{x^2 + y^2}$, $f_3(\underline{x}) = \frac{x^{3/2}y^2}{x^2+y^4}$ Si dica quale delle tre ammette limite per $\underline{x} \to \underline{o}$.

R1 f_1 no, f_2 no, f_3 no R2 f_1 no, f_2 si, f_3 no R3 f_1 no, f_2 no, f_3 si R4 f_1 si, f_2 si, f_3 si R5 f_1 si, f_2 no, f_3 si R6 f_1 no, f_2 si, f_3 si R7 nessuna delle altre

6) • Sia data la funzione $\sqrt{xy}$. Si dica quanto valgono in $(0, 0)$ la derivata parziale rispetto a x, la derivata paraiale rispetto a y, la derivata direzionale di 45 gradi.

R1 $-\infty$, $-\infty$, 0 R2 $+\infty$, $-\infty$, 0 R3 non esiste, non esiste, non esiste R4 $+\infty$, $+\infty$ $+\infty$ R5 0, 0, 0 R6 0, 0, non esiste R7 nessuna delle altre

7) • L'insieme dei punti critici della funzione $3x^4 + 2y^6 + 12xy$ è costituito esattamente da

R1 Due punti di sella e due punti di max. R2 Un punto di min e due punti di max. R3 Un punto di sella e due punti di min. R4 Un punto di sella e un punto di max. R5 Un punto di min e un punto di max. R6 Due punti di min e un punto di max. R7 nessuna delle altre

8) • Si calcoli l'area della figura il cui contorno, in coordinate polari, è scritto come $r = \sin(4\varphi)$ $(x = r\cos\varphi$, $y = r\sin\varphi)$.

R1 $\frac{\pi}{4}$ R2 $\frac{\pi}{2}$ R3 $\frac{\pi}{6}$ R4 $\frac{3}{2}\pi$ R5 $\frac{5}{2}\pi$ R6 $\frac{7}{4}\pi$ R7 nessuna delle altre

9) • Si calcoli l'integrale doppio $\int\int_D y^2 dxdy$ dove D è la regione $y^2 + \frac{x^2}{4} \le 1$, $x^2 + y^2 \ge 1$

R1 $\frac{9}{4}\pi$ R2 2π R3 $\frac{\pi}{6}$ R4 π R5 1 R6 $\frac{\pi}{4}$ R7 nessuna delle altre

10) • Si calcoli $\int_\varphi \omega$ dove $\omega = \frac{-ydx}{x^2+y^2} + \frac{xdy}{x^2+y^2} + \sqrt{x^2 + y^2}(x + y)dz$; φ è la curva data da $\{z = x^2 + y^2\} \cap \{z = x + y + 1\}$ e percorsa in modo tale che la sua proiezione sul piano (x,y) sia a sua volta percorsa in senso antiorario. Suggerimento: per chi ha studiato non è necessario fare "nemmeno un conto"

R1 3π R2 0 R3 $-\pi$ R4 2π R5 π R6 -2π R7 nessuna delle altre